Eficacia de los modelos de enseñanza para el logro de los resultados de aprendizaje en matemáticas

Autor[[1]](#footnote-1); Autor[[2]](#footnote-2); Autor[[3]](#footnote-3)

*Institución,* País

En este capítulo se presenta el resultado de una investigación cuyo objetivo es determinar la eficacia de los modelos de enseñanza para el logro de los resultados de aprendizaje en la formación en matemáticas. Por medio de un análisis a los resultados de los estudios de caso en la literatura y aplicando el método de triangulación de variables, se utilizó el modelo de evaluación de Kirkpatrick para determinar dicha eficacia. Los resultados muestran que, de los 13 modelos analizados solamente dos se ubican en el nivel 4 (*Excelente*) y tres en el nivel 3 (*Bueno*), lo que permite concluir que todavía no logran la eficacia necesaria para que los estudiantes se capaciten adecuadamente en matemáticas, para responder a las demandas de la Nueva Era. Entre las causas se encuentran: profesores sin experiencia profesional, planes de estudios desactualizados, trabajo disciplinar y desarticulado, prácticas y didácticas que no motivan y evaluación memorística, entre otras.

# INTRODUCCIÓN

El objetivo final de todo modelo de enseñanza es desarrollar o mejorar habilidades, capacidades y destrezas en los estudiantes, de tal manera que las puedan aplicar al realizar las tareas y funciones asociadas con la capacitación recibida. Por lo tanto, evaluar la eficacia de un modelo consiste en un análisis al valor de lo aprendido por el estudiante en términos culturales, sociales y aplicativos, y que se refleja en el logro de los resultados de aprendizaje. Además de estimar, más que el logro de objetivos, el costo-beneficio para el estudiante luego de vivenciar el modelo. Esto implica que se debe determinar el nivel en que ese logro responde a las necesidades iniciales del estudiante, evidenciando, en términos cualitativos y cuantitativos, el cambio entre la realidad inicial y la realidad final [1]. En este caso, la eficacia del modelo se analiza desde lo *formativo*, en cuanto al logro de objetivos, desde lo *social*, en cuanto a la utilización del aprendizaje, desde lo *cultural*, en cuanto al mejoramiento del estrato cultural y desde lo *económico*, en cuanto a la relación costo-beneficio.

Al analizar la eficacia de los modelos de enseñanza hay que tener en cuenta que los sistemas de educación, de los cuales hacen parte, están conformados por diversos sistemas y dimensiones, tales como estudiantes, profesores, plan de estudios, administradores, contenidos, tecnologías y recursos físicos y financieros, entre otros. Pero, entre ellos, los *profesores*, los *estudiantes*, las *didácticas* y los *contenidos* son los elementos básicos para estructurar un análisis. La razón es que en los modelos de enseñanza estos componentes son los que tienen una interacción directa con su eficacia.

Entre las características más importantes de los profesores se encuentra la planificación de las actividades, su disciplina, motivación, capacitación, experiencia y la selección de las didácticas. Para los estudiantes las características son su contexto socio-económico, comportamiento, cualidades personales, estrato cultural, predisposición, conocimiento previo, y nivel de motivación. En las didácticas se da preponderancia a su actualización, uso de tecnologías, facilidad de uso, familiaridad para el estudiante y nivel teórico-práctico. Finalmente, para los contenidos las características a tener en cuenta son su actualidad, relación teoría-práctica, base bibliográfica, vinculación con otros procesos de aprendizaje y con el programa e importancia para la capacitación del estudiante.

Por otro lado, y debido a que el objetivo de esta investigación es determinar la eficacia de los modelos de enseñanza en relación con la capacitación en matemáticas, también se tiene en cuenta que, como área de formación, tiene variables multidimensionales que la relacionan con diversas disciplinas. Además, al realizar la triangulación de esas variables y los modelos se espera que los elementos involucrados logren el objetivo de transferir el conocimiento matemático, que el estudiante necesita para desarrollar las habilidades, destrezas y capacidades que le permitan adaptarse al contexto e integrarlas con el conocimiento que logra en los demás procesos de aprendizaje para continuar su formación [2]. Asimismo, y de acuerdo con la tradición, en las matemáticas se encuentra las bases para satisfacer las necesidades básicas de la sociedad, porque mientras el conocimiento progresa en ellas, también lo hace el desarrollo tecnológico, la ciencia y la ingeniería [3].

En ese ir y devenir se espera que los planes de estudios de las matemáticas, en relación continua con los demás elementos, satisfagan las expectativas y necesidades de los estudiantes en su deseo de obtener un grado académico. Por eso es lógico pensar que al final del curso, y luego de trabajar con el modelo de enseñanza definido por el profesor, desarrollen habilidades matemáticas, procesos de pensamiento lógico y habilidades de abstracción, que posteriormente potencializarán y utilizarán para solucionar los problemas sociales, a la vez que mejoran sus capacidades y proyecto de vida.

Entonces, los procesos de aprendizaje en matemáticas deben buscar más que simples motivos para que los estudiantes aprendan conceptos, lo que hay que lograr es convencerlos de su importancia a través de la relación multidimensional y transdisciplinar con otros procesos de aprendizaje, con el desarrollo y con los retos que tendrán en su vida laboral. Porque las matemáticas son un modo de pensar que necesitan desarrollar, aunque en diferentes grados, todos los profesionales, así tradicionalmente se piense que solamente son útiles para la ciencia y las disciplinas ingenieriles [4].

También es importante analizar la selección de las didácticas que realizan los profesores, porque son indicadores de su capacitación y habilidad para atender las necesidades y demandas de los estudiantes acerca de los procesos de aprendizaje en matemáticas, a la vez que las aplican en su modelo de aprendizaje. En este sentido, algunos autores recomiendan que los profesores deben realizar periódicamente una auto-evaluación a sus fortalezas y debilidades, en cuanto a didácticas, contenidos y re-conocimiento de los estudiantes, porque de esta manera encuentran y determinan sus preferencias, y tienen la información necesaria para estructurar el modelo de enseñanza [5-7].

El argumento es que, a medida que los profesores comprenden mejor a los estudiantes y el contexto del aula, mejoran su capacitación y desarrollan nuevas habilidades de enseñanza. Además, adquieren una comprensión más amplia del plan de estudios y les pueden ayudar a los estudiantes a integrar el conocimiento matemático con los demás procesos de aprendizaje.

En el transcurso los profesores necesitan reconocer el interés natural de los estudiantes por las matemáticas, lo mismo que el conocimiento intuitivo e informal que han adquirido mediante sus habilidades para usar y comprender la tecnología. Porque estas características son básicas para retarlos a investigar y explorar formas de resolver problemas, a la vez que desarrollan razonamiento lógico-matemático. Esto hace que acepten a las matemáticas como objeto de estudio, porque se les demuestra su utilidad como herramienta común y que, al utilizarla, desarrollan esquemas mentales propios para comprender el mundo. De ahí surge las diferencias entre aquellos que entienden matemáticas y los que tienen dificultades para lograrlo, porque no se trata solamente de memorizar o de aprender para un examen, sino de crear un entorno en el que el estudiante percibe la importancia de esta área, la aplica y obtiene beneficios y resultados que lo satisfacen [8].

El logro de este objetivo depende en gran medida de la estructuración del modelo de enseñanza que realiza el profesor, por lo tanto, es importante analizar la eficacia de este modelo para lograr el objetivo de que los estudiantes asimilen, utilicen y diversifiquen el conocimiento matemático, y para que lo demuestren en el logro de los resultados de aprendizaje.

En este capítulo se presenta los resultados de una investigación en la que se analiza dicha eficacia. Se hizo un rastreo en la literatura para encontrar los estudios de caso que presentan resultados de análisis a los modelos utilizados en el aula y, mediante técnicas de triangulación y de análisis mixto, se aplicaron métricas de valoración para ubicarlos en un determinado nivel de eficacia.

# MÉTODO

En esta investigación se realizó un estudio descriptivo con el objetivo de encontrar en la literatura los modelos de enseñanza, y los resultados que se reportan en los estudios de caso acerca de su aplicación. Un modelo descriptivo se utiliza para analizar situaciones específicas en momentos específicos, buscando comprender los estados de inicio y final a través de las modificaciones que sufren determinadas características.

Los datos para el análisis se recogieron desde los estudios de caso publicados acerca de los modelos de enseñanza en la capacitación en matemáticas, mediante un método de investigación mixta [9]. De acuerdo con algunos autores, esta metodología les permite a los investigadores encontrar respuestas a preguntas como qué, por qué y cómo, al examinar detalladamente los resultados de casos específicos [10, 11]. Por lo tanto, en la metodología se aplicaron técnicas mixtas para la recolección de datos, tales como la revisión de la literatura y el análisis de documentos, y a los resultados se aplicó un análisis mediante triangulación con el objetivo de revelar su nivel de exactitud e integración. Por su parte, los estudios de caso ayudan a comprender situaciones específicas y a analizar resultados particulares, debido a que involucran una naturaleza situada y describen la complejidad de las variables. En este sentido, tienen el potencial de concretar conceptos de estudio y de contribuir a su comprensión, por lo que se emplean para mostrar resultados de comparación y evaluación de situaciones en momentos definidos.

El tema central de este estudio son los modelos de enseñanza reportados en los estudios de caso en la literatura, a cuyos resultados se le hizo análisis a la eficacia en la capacitación en matemáticas que se refleja en el logro de los resultados de aprendizaje. En la búsqueda se utilizó un protocolo estructurado [12] convenido por los investigadores y, posteriormente, se efectuó un análisis mediante triangulación a las variables involucradas. Luego de definir la utilidad de los trabajos se validó la información reportada mediante una verificación a la metodología y a las ecuaciones aplicadas. En los trabajos se verificaron los siguientes datos: 1) características del documento: año, medio, tipo, relación temática y relevancia, 2) características del autor: experiencia en el área y citaciones, 3) resultados: claridad y replicabilidad, y 4) metodología aplicada.

# RESULTADOS

* 1. **Revisión de la literatura**

Con base en la aplicación de la metodología se encontraron 39 estudios en los que se presenta resultados a la experimentación de los modelos de enseñanza para la capacitación en matemáticas. En la Tabla 1 se presenta los trabajos seleccionados para el análisis, la triangulación y valoración a la eficacia de los modelos.

**Tabla 1**. Trabajos seleccionados para el análisis

|  |
| --- |
| * Ashcraft M. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. Current Directions in Psychological Science 11(5), 181–85. * Houssart J. (2002). Simplification and repetition of mathematical tasks: A recipe for success or failure? The Journal of Mathematical Behavior 21(2), 191–202. * Arcavi A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. Educational Studies in Mathematics 52(3), 215–41. * Furner J. y Berman B. (2003). Math anxiety: Overcoming a major obstacle to the improvement of student math performance. Children Education 79, 1–6 * Fernandez C. y Yoshida M. (2004). Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning. Erlbaum. * Barkatsas A. y Malone J. (2005). A Typology of Mathematics Teachers’ Beliefs about Teaching and Learning Mathematics and Instructional Practices. Mathematics Education Research Journal 17(2), 69–90. * Hill H. et al. (2005). Effects of Teachers’ Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. American Educational Research Journal 42(2), 371–406. * Anghileri J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. Journal of Math. Teacher Education 9, 33–52. * Boaler J. (2006). How a Detracked Mathematics Approach Promoted Respect, Responsibility, and High Achievement. Theory into Practice 45(1), 40–46. * Burris C. et al. (2006). Accelerating Mathematics Achievement Using Heterogeneous Grouping. American Educational Research Journal 43(1), 137–54. * Sullivan P. et al. (2006). Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. International Journal of Science and Mathematics Education 4(1), 117–143. * Anthony G. y Walshaw M. (2006). Effective pedagogy in mathematics/pangarau: Best evidence synthesis iteration [BES]. Ministry of Education. * David J. y Greene D. (2006). Improving Mathematics Instruction in Los Angeles High Schools: An Evaluation of the PRISMA Pilot Program. Bay Area Research Group. * Flores A. (2007. Examining Disparities in Mathematics Education: Achievement Gap or Opportunity Gap? High School Journal 91(1), 29–42. * Hiebert J. y Grouws D. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students’ Learning. En Lester F. (ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Information Age. * Martin T. (2007). Mathematics teaching today: Improving practice, improving student learning. National Council of Teachers of Mathematics. * Boaler J. y Staples M. (2008). Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. Teachers College Record 110(3), 608–45. * Thomas M. y Chinnappan M. (2008). Teaching and learning with technology: Realising the potential. En Forgasz H. et al. (eds.), Research in Mathematics Education in Australasia 2004–2007. Sense Publishers. * Tripathi P. (2008). Developing Mathematical Understanding through Multiple Representations. Mathematics Teaching in the Middle School 13(8), 438–445. * Zevenbergen R. y Lerman S. (2008). Learning environments using interactive whiteboards: New learning spaces or reproduction of old technologies. Mathematics Education Research Journal 20(1), 107–125. * Cai J. et al. (2009). Effective Mathematics Teaching from Teachers’ Perspectives – National and Cross-National Studies. Sense Publishers. * Hull T. et al. (2009). A Guide to Mathematics Coaching: Processes for Increasing Student Achievement. Corwin. * MSRI. (2009). Teaching Teachers Mathematics: Research, Ideas, Projects, Evaluation. En Kessel K. (ed.), Critical Issues in Mathematics Education. Mathematical Sciences Research Institute. * Seeley C. (2009). Faster Isn’t Smarter: Messages about Math, Teaching, and Learning in the 21st Century. Math Solutions. * Stein M. et al. (2009). Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development. Teachers College Press. * Garet M. et al. (2010). Middle School Mathematics Professional Development Impact Study: Findings after the First Year of Implementation. National Center for Education Evaluation. * Kapur M. (2010). Productive Failure in Mathematical Problem Solving. Instructional Science 38(6), 523–50. * Yelland N. y Kildery A. (2010). Becoming numerate with information and communications technologies in the twenty-first century. International Journal of Early Years Education 18, 91–106. * Boaler J. (2011). Changing Students’ Lives through the De-Tracking of Urban Mathematics Classrooms. Journal of Urban Mathematics Education 4(1), 7–14. * Campbell P. y Malkus N. (2011). The Impact of Elementary Mathematics Coaches on Student Achievement. Elementary School Journal 111(3), 430–54. * Cohen J. y Hollebrands K. (2011). Technology Tools to Support Mathematics Teaching. En Dick T. y Hollebrands K. (eds.), Focus in High School Mathematics: Technology to Support Reasoning and Sense Making. National Council of Teachers of Mathematics. * Middleton J. y Jansen A. (2011). Motivation Matters and Interest Counts: Fostering Engagement in Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. * Smith M. y Stein M. (2011). 5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions. National Council of Teachers of Mathematics. * Sullivan P. (2011). Teaching mathematics: Using research-informed strategies. Acer Press. * Wager A. (2012). Incorporating Out-of-School Mathematics: From Cultural Context to Embedded Practice. Journal of Mathematics Teacher Education 15(1), 9–23. * Battey D. (2013). ‘Good’ Mathematics Teaching for Students of Color and Those in Poverty: The Importance of Relational Interactions within Instruction. Educational Studies in Mathematics 82(1), 125–44. * Berry R. y Ellis W. (2013). Multidimensional Teaching. Mathematics Teaching in the Middle School 19(3), 172–78. * Clark C. et al. (2014). Gaining control: Changing relations between executive control and processing speed and their relevance for mathematics achievement over course of the preschool period. Frontiers of Psychology 5, 107-118. * Haase V. et al. (2014. Contributions from specific and general factors to unique deficits: Two cases of mathematics learning difficulties. Frontiers of Psychology 5, 102-113. |

* 1. **Prácticas y didácticas para la capacitación en matemáticas**

En este capítulo se asume *práctica* como las actividades continuadas y regladas que emplean los profesores en el aula, para desarrollar destrezas y habilidades matemáticas en los estudiantes. Por su parte, *didáctica* son las técnicas y métodos de enseñanza que seleccionan para llevar a cabo esas actividades. Pero, debido a que al sistema de educación lo influencian las revoluciones sociales, tecnológicas y científicas, su utilización sufre alteraciones, aunque son una de las características de la educación con más tradicionalidad. Desde la antigüedad se ha utilizado modelos, prácticas y didácticas en la enseñanza [13], por lo que, de una forma u otra, también se utilizaron en matemáticas.

Hace más de un siglo que Modjeski y sus colegas [14] investigaron este tema y opinaron que las matemáticas eran para el ingeniero lo que la anatomía para el cirujano, o el entrenamiento para los soldados. A la pregunta: ¿qué se necesita para enseñar matemáticas en ingeniería? respondían: 1) una variada, pero limitada, gama de temas, 2) cubrirlos con diferentes grados de profundidad, 3) utilizar prácticas mixtas de presentación, y 4) tener metas precisas de enseñanza (resultados de aprendizaje). Porque, como concluyeron, muchos de los temas que se imparten son completamente inútiles en la práctica. Estas observaciones de comienzos del siglo XX parecen no pasar de moda, porque, actualmente, todavía se vivencian en el aula.

Posteriormente, Wigley [15] afirmó que, en el ejercicio docente, existía una tendencia a polarizar las prácticas y las didácticas de enseñanza de las matemáticas en los campos instructivos y exploratorios, aunque la realidad demostraba que, debido a la diversidad de estudiantes en el aula, lo mejor era utilizar una mezcla de varios modelos. Para este autor el problema no era cómo lograr esa combinación, sino cómo manejar la tensión creativa que subyace entre la instrucción y la exploración, para decidir qué, cuándo, cómo, por qué, para qué y dónde enseñar matemáticas. En este mismo sentido, OECD [6] hizo énfasis en la necesidad de re-direccionar las prácticas y las didácticas en la enseñanza de las matemáticas, argumentando que los profesionales no trabajaban como sus colegas de años atrás; además, que se debía tener en cuenta el desarrollo de las técnicas del cálculo automático. Finalizando el siglo XX, Peter Larcombe [16] afirmó que las matemáticas no se podían enseñar con prácticas y didácticas sacadas como de un libro de recetas, que el rigor que le colocaban los profesores a estos procesos de aprendizaje los hacía indeseables para los estudiantes y, entre otras cosas, que los contenidos, si bien eran importantes, no les bridaban la capacitación que necesitaban para la vida profesional.

Por su parte, Michael Prince [17] demuestra que en el aprendizaje de las matemáticas se obtiene mejores resultados cuando se invita a los estudiantes a participar activamente en el diseño de las prácticas y las didácticas. Esta participación debe incluir un enfoque colaborativo, por ejemplo, en la co-evaluación y en la tutoría entre pares [18], o en el diseño de los procesos de aprendizaje [19, 20]. Para Shirley Booth [21] desde finales del siglo pasado los estudiantes, y gran parte de la sociedad y de la industria, insisten en la necesidad de cambiar el qué y el cómo se enseña matemáticas. Una de las solicitudes reiteradas es que la deben enseñar profesores con experiencia profesional, porque saben cómo integrarla en cada disciplina y conocen los contenidos que se debe enseñar. En esta misma línea otros investigadores han solicitado cambios urgentes en las prácticas y didácticas, argumentando, entre otras cosas, que los matemáticos no tienen la experiencia práctica necesaria para enseñarlas, debido a que, generalmente, son teóricos [4, 8, 22-24].

Para Kidwell et al. [25] los profesores utilizan herramientas diseñadas desde hace mucho tiempo, además, estos autores hacen la distinción entre herramientas físicas (tecnológicas) y herramientas conceptuales (métodos, ideas, modelos), y concluyen que es difícil encontrar una con mayor aplicación y aceptación que las otras, porque lo realmente dinámico en el proceso de enseñar son los estudiantes, que no permiten la hegemonía de ninguna. Las notas de clase que sobreviven en la historia demuestran lo que realmente han hecho y cuál es su visión sobre las prácticas y didácticas que utilizan los profesores al enseñar matemáticas [26].

Para lograr los resultados de aprendizaje en matemáticas, Ikeda [27] recomienda considerar y contrastar los contextos interno y externo de la escuela, de los cuales se deriva las prácticas y didácticas que permiten lograrlo. El autor toma como base los principios que propone Niss [28] para enseñar matemáticas y plantea que hay que admitir que, en sí mismas, son un modelo con su propia ubicación espacial y temporal, por lo que propone el tiempo y el espacio como prácticas y didácticas al mismo tiempo. Graves y Suurtamm [29] discuten la conexión entre las prácticas orientadas a la resolución de problemas y las didácticas basadas en la conversación, el razonamiento y la argumentación. Basan su tesis en que en los procesos de aprendizaje de las matemáticas es necesario discutir los nuevos paradigmas, incluyendo principios como complejidad y Pensamiento Complejo [5], y asumiendo al modelo como complejo e iterativo, en el que el aprendizaje matemático surge a través de iteraciones dinámicas en el aula. Para Eileen Goold [30] existe numerosos puntos de vista y análisis a las prácticas y didácticas utilizados en la enseñanza de las matemáticas, entre las cuales recomienda dejar de lado la memorización y avanzar hacia la comprensión conceptual y el desarrollo del razonamiento lógico.

En la primera mitad del siglo XX las prácticas y didácticas hacían hincapié en desarrollar habilidades de taller, lo que llevó a crear modelos funcionalistas, es decir, educación que se pudiera utilizar [31]. Entonces, surgió la idea de identificar las *competencias* que debían desarrollar los estudiantes para atender la demanda de los talleres. Pero, con la llegada del nuevo siglo esta visión restrictiva no solamente quedó obsoleta, sino que se ha vuelto peligrosa, porque el profesional, que únicamente adquiere competencias para el taller, es un *analfabeto matemático* que no desarrolla capacidades para ingresar al mercado global del conocimiento. Por su parte, Amy Ackerberg [32] describe una tradición en la que los profesores utilizan prácticas y didácticas relacionadas con procesos del conocimiento (adquirir, iterar, reforzar) y con la evaluación (exámenes, ejercicios). Además, que aplican diversas formas de trabajo con los estudiantes (grupal, individual, verbal, escrita, mediante tecnología), que seleccionan de acuerdo con el contenido matemático a enseñar. La autora concluye que esta tradición no es el mejor modelo para lograrlo.

Por otro lado, Barbara Oakley [33] propone un modelo para enseñar y aprender matemáticas que denomina *modo difuso*. Para ella, las prácticas y didácticas en el aula no son suficientes para que los estudiantes aprendan matemáticas, porque primero deben aprender a estudiar y aprender a aprender (Tabla 2). Para Manuela Ferreira [34] la educación matemática juega diversos roles en la capacitación de los estudiantes de este siglo: 1) como escuela de pensamiento, porque aprenden a pensar y a comunicar sus ideas de forma objetiva, rigurosa y concisa; 2) como lenguaje natural, porque actualmente se dialoga lógica y matemáticamente; y 3) como herramienta de cálculo, porque contiene las técnicas analíticas y numéricas para solucionar problemas. Lo que sucede es que, con las prácticas y didácticas de hoy, los estudiantes no pueden identificar ninguno de ellos, porque son estáticas, anticuadas, no tienen en cuenta sus necesidades ni conocimiento, y son defendidas y mantenidas por los profesores como un dogma escrito en piedra.

**Tabla 2**. Decálogo de prácticas y didácticas [33]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Recomendadas** | | **No recomendadas** | |
| **Didáctica** | **Práctica** | **Didáctica** | **Práctica** |
| Utilizar el recuerdo | Desviar la vista, Recordar ideas principales, Resaltar poco | Relectura pasiva | Releer sin motivación |
| Pruebas permanentes | Fichas, Mapas mentales | Resaltar demasiado | Resaltar todo, Resaltar para memorizar |
| Fragmentar los problemas | Subdividir, Repetir lo solucionado | Exceder la confianza | Realizar vistazos simples, Mirar las soluciones, Autosuficiencia |
| Aprender de a poco | Espaciar la repetición | Estudiar a último momento | Aplazar el estudio |
| Alternar técnicas | Seleccionar diferentes técnicas  Mezclar diferentes problemas  Revisar errores | Repetir problemas | Resolver el mismo tipo de problemas |
| Tomar descansos | Estudiar un poco todos los días, Descansar entre técnicas | Desviar los objetivos | Perder el tiempo, Realizar actividades no relacionadas con el estudio |
| Aplicar analogías y cuestionamientos simples | Explicarlo a otras personas, Comparar con otros contextos, Pronunciar o escribir las soluciones | Iniciar sin entender | Intentar resolver el problema sin entender el contexto |
| Concentración | Aislar distractores, Crear ambiente de estudio, Programar recompensas | Auto-interpretar | Resolver sin aclarar, Intentar comprender sin discutir con otros |
| Clasificar | Clasificar por dificultad, Seleccionar horarios | Utilizar inadecuados escenarios de estudio | Permitir distracciones, Interrumpir el tiempo de estudio |
| Contrastes mentales | Comparar progreso, Mapas mentales | Dormir poco | Descansar muy poco el cerebro, Fatigar el cerebro |

* 1. **Modelos de enseñanza**

Un modelo es un sistema que contiene los principios y métodos necesarios para lograr los resultados de aprendizaje determinados y que, para ser eficaz, debe estar delimitado por el tema, las características de los actores, las prácticas, las didácticas y el tipo de capacitación que se busca; además, su aplicación involucra teorías neurocognitivas y realidades contextuales de aula [35]. Para Maker [36], es un marco estructural que sirve de guía para desarrollar actividades en un entorno educativo específico, y que es importante tenerlo presente al diseñar planes de estudios y definir contenidos.

Los modelos se introdujeron en la educación con el inicio de la escritura, cuando la humanidad tomó conciencia de la importancia de transmitir el conocimiento de generación en generación. Posteriormente, en el método socrático Platón describió cómo estimular el pensamiento crítico e iluminar las ideas; en Roma, Quintiliano buscaba la manera de motivar a los estudiantes para que aprendieran a usar la inteligencia; Comenius se interesó porque todos los niños aprendieran las cosas cotidianas; Rousseau propuso una metodología para enseñar ciencias, astronomía y matemáticas; y Pestalozzi desarrolló una manera de ayudarles a aprender a los niños refugiados de la guerra. En el sistema Prusiano la educación se asumió como obligatoria y una de sus ideas centrales era gestionar las habilidades de profesores y estudiantes en el aula e incorporarlas al proceso de enseñanza [37].

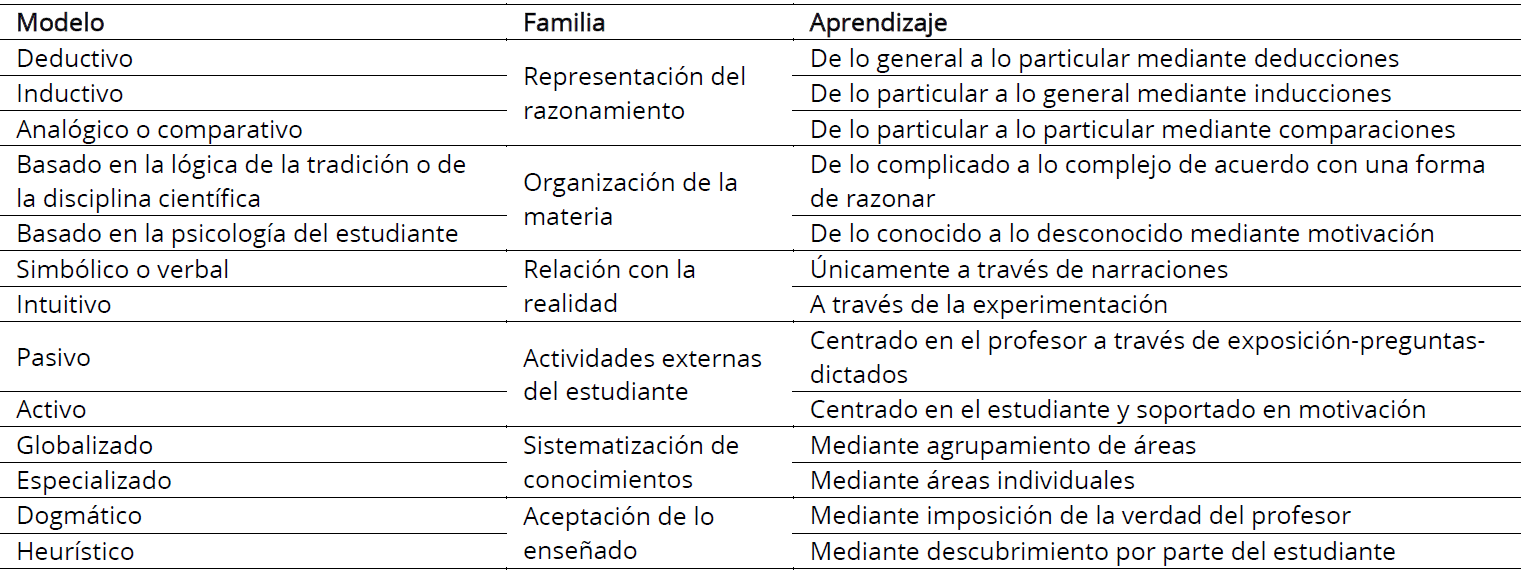
En el siglo XX los modelos incorporaron desarrollos tecnológicos como medios de apoyo en los procesos de aprendizaje: radio, televisión, computadores, internet y multimedia. Esta revolución dio origen a nuevos modelos de enseñanza y a hacerlos significativos para las siguientes generaciones, tales como el Aprendizaje Basado en Problemas ABP [38], el Aprendizaje Basado en Proyectos ABp [7, 39], aprender haciendo [40] y el aprendizaje mediado por la investigación [41], entre otros. En términos generales, los modelos de enseñanza se clasifican como: centrados en el profesor, centrados en el estudiante, centrados en el contenido y participativos-interactivos, pero, generalmente, están de acuerdo en que deben contener:

1. Un propósito identificado o área de concentración
2. Premisas fundamentales, explícitas e implícitas, acerca de las características del proceso relacionadas con los actores y la enseñanza-aprendizaje
3. Directrices para desarrollar experiencias de aprendizaje específicas
4. Patrones definidos y requisitos para alcanzar el objetivo de las actividades de aprendizaje
5. Un cuerpo de conocimiento y de investigación que rodee su desarrollo y proyección
6. Resultados demostrables de una evaluación a su eficacia

Debido a que la elección de uno u otro modelo de enseñanza depende de variables como presupuesto, capacidades y experiencia del profesor, expectativas de los estudiantes y resultados de aprendizaje, entre otras, la mayoría son limitados o incorrectos en alguno de estos aspectos clave. Por lo que, en muchas ocasiones, cuando no se especifica adecuadamente el significado del modelo adoptado, los estudiantes no logran una verdadera capacitación y, por el contrario, el proceso de aprendizaje demuestra la ineficacia del modelo.

En esta investigación se asume la taxonomía formulada por Nérici [42] y Titone [43] (Tabla 3), porque los modelos en ella han sido utilizados y evaluados en el tiempo, lo que permite el acceso a literatura en la que se investiga sus características, eficacia y necesidades en varias generaciones. Aunque se encontraron propuestas más recientes [1, 44, 45], los investigadores en este trabajo consideran que su permanencia en el tiempo todavía no admite un análisis para el objetivo de la investigación.

**Tabla 3**. Taxonomía de los modelos de enseñanza-aprendizaje [42, 43]



* 1. **Modelos, prácticas y didácticas para la capacitación en matemáticas**

En la Tabla 4 se presenta el resumen de las prácticas y las didácticas que analizan y discuten los autores consultados, a la vez que los modelos en los que se aplican y las observaciones en relación con los resultados para la capacitación en matemáticas.

**Tabla 4**. Modelos, prácticas y didácticas para la capacitación en matemáticas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Prácticas y didácticas** | **Modelo** | **Observaciones** |
| Integración y colaboración profesor-estudiante | Activo, Globalizado | Los resultados de aplicación demuestran mejores resultados de aprendizaje |
| Experimentación y demostración | Intuitivo, Pasivo, Especializado | Las matemáticas las deben enseñar profesionales con experiencia en la industria, no matemáticos teóricos |
| Herramientas tecnológicas y conceptuales | Deductivo, Especializado, Basado en la lógica de la tradición | Las obsolescencias de estas herramientas no motivan a las nuevas generaciones |
| Tiempo y espacio | Pasivo, Dogmático | Se hace separación de los contextos, internos y externos a la escuela, en los que vive el estudiante |
| Resolución de problemas, Conversación, Razonamiento, Argumentación | Heurístico, Simbólico | Es un proceso complejo, interactivo y dinámico que necesita participación activa de todos actores |
| Memorización | Simbólico, Pasivo, Dogmático | Las nuevas generaciones perciben el mundo multidimensionalmente, por lo que se necesita contextualizar las matemáticas |
| Funcionales, Por competencias | Pasivo, Especializado, Dogmático | Son restrictivas y los estudiantes pierden actualidad global |
| Procesos de conocimiento, Evaluativas | Inductivo, Pasivo | Adquirir, iterar, reforzar para luego presentar exámenes no es la forma de aprender matemáticas |
| Modo difuso, Centradas en el estudiante | Activo, Globalizado, Heurístico, Basado en la psicología del estudiante | Hay que reconocer las capacidades y expectativas de los estudiantes |
| No-funcionales, Interpretativas, Memorísticas | Analógico, Pasivo, Dogmático | Las nuevas generaciones son irreverentes, activas, inquietas y no aceptan imposiciones sin sentido |

* 1. **Eficacia de los modelos para la capacitación en matemáticas**

El sistema de educación establece a la evaluación como la manera, casi única, de saber si un estudiante modifica sus habilidades, destrezas y capacidades de entrada, luego de asistir a un proceso de aprendizaje. Pero los resultados de esas evaluaciones no se pueden asumir como una indicación de logro de los resultados de aprendizaje, porque la mayoría de modelos de enseñanza no tienen en cuenta los modelos de aprendizaje de los estudiantes, por lo tanto, pareciera que cada uno busca objetivos diferentes. Además, cuando el estudiante no se siente atraído, motivado o retado por el proceso de aprendizaje, busca simplemente obtener la aprobación de mismo, es decir, la nota, y no el aprendizaje.

Este contexto se repite en casi todos los procesos de aprendizaje de matemáticas, porque los modelos de enseñanza asumen que, por el hecho de asistir y obtener nota aprobatoria, el estudiante mejoró sus habilidades, destrezas y capacidades en relación con la valoración de entrada. Este proceso de memorización a corto plazo perjudica el aprendizaje, en el sentido de que el estudiante no desarrolla el razonamiento matemático necesario para su ejercicio profesional. Además, no se sabrá si en realidad puede aplicar efectivamente la capacitación alcanzada en un entorno real, ni la experiencia que debería brindarle el proceso de aprendizaje que acaba de aprobar. En este sentido, la mayoría de autores consultados recomienda que la eficacia de los modelos se debe centrar en la capacidad del estudiante para analizar, comprender y resolver problemas y tareas cotidianas.

Medir los cambios en el conocimiento de los estudiantes no es un asunto estático ni moldeado para todos, sino que debe ser dinámico y atender las demandas sociales y las expectativas de los estudiantes. Por eso es importante conocer la eficacia de los modelos de enseñanza, especialmente con la nueva categoría de estudiantes [46], porque la influencia del desarrollo tecnológico la hace totalmente diferente a cualquiera otra.

En esta investigación se adapta el modelo de evaluación de Kirkpatrick [41] para valorar los resultados publicados luego de evaluar los modelos de enseñanza. Como se observa en la Figura 1, el modelo propone cuatro niveles.



**Figura 1**. Niveles del modelo Kirkpatrick [41]

* Nivel 1. *Satisfacción*: sentimiento del estudiante en cuanto a si percibe el proceso de aprendizaje como favorable, atractivo y relevante para su proceso formativo. Lo cual demuestra con compromiso, participación activa y contribuciones para el mejoramiento de la experiencia y que, a su vez, le ofrecen la posibilidad de usar y aplicar lo aprendido en la vida real y de compartir lo que aprende.
* Nivel 2. *Aprendizaje*: es la relación entre los cambios en las habilidades, destrezas y capacidades de entrada del estudiante vs la situación al final del proceso de aprendizaje. Es el grado en que adquiere conocimiento, actitudes, habilidades, confianza y compromisos con base en su participación en el mismo.
* Nivel 3. *Aplicación*: grado en que el estudiante es capaz de relacionar lo aprendido con otras áreas y con su carrera, lo que se evidencia en la motivación para continuar y en el desarrollo de habilidades para auto-capacitarse y buscar nuevos retos y conocimiento.
* Nivel 4. *Resultados*: grado en que el estudiante ha desarrollado pensamiento crítico y razonamiento lógico, además del conocimiento matemático. Los resultados tienen efectos a corto plazo en el desarrollo o fortalecimiento de su capacidad lógico-interpretativa y abstractiva para comprender y solucionar problemas reales.

De acuerdo con este modelo, ningún nivel de evaluación es más importante que los demás, porque la verdadera utilidad de la evaluación se logra al analizar los resultados en cada uno. Además, el resultado en cada nivel proporciona puntos de control de diagnóstico para los problemas que puedan resultar en la evaluación del siguiente nivel. Por ejemplo, si el estudiante no aprende en el proceso de aprendizaje (Nivel 2), los sentimientos que exprese en el Nivel 1 denotarán los motivos por los que no lo logra. Por otro lado, si el estudiante no aplica lo aprendido (Nivel 3), puede ser porque no aprendió lo que necesitaba para hacerlo (Nivel 2). La metodología aplicada para evaluar la eficacia de los modelos de enseñanza para la capacitación en matemáticas se asume aquí como un proceso incremental, donde el estudiante debería mejorar su capacitación en un nivel, con base en los resultados que obtiene en el anterior.

Luego de analizar los resultados de los estudios de caso y de realizar la triangulación con las didácticas y las prácticas con las que los profesores materializan los modelos en el aula, en la Tabla 5 se presenta los resultados a la evaluación de la eficacia de los modelos para la capacitación en matemáticas. Se aclara que solamente se resume los estudios de caso y los resultados publicados en relación con esta área (Tabla 1).

La eficacia de los modelos se calcula con base en los resultados cualitativos y cuantitativos que los autores publican en los estudios de caso, en relación con el aprendizaje que logran los estudiantes al final del proceso de aprendizaje. Posteriormente, se analizan y ponderan de acuerdo con los niveles del modelo de evaluación de Kirkpatrick: Excelente (E) para nivel 4, Bueno (B) para nivel 3, Regular (R) para nivel 2 y Deficiente (D) para nivel 1. Debido a que para algunos modelos no se encontraron estudios de caso, se les asignó valoración de No Aplica (NA). En la columna de observaciones se resume el análisis a los resultados que hacen los autores.

**Tabla 5**. Eficacia de los modelos de enseñanza-aprendizaje para la capacitación en matemáticas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Modelo** | **Eficacia** | **Observaciones** |
| Deductivo | D | El modelo es deficiente para el aprendizaje debido a que los estudiantes no tienen una base sólida de los principios matemáticos |
| Inductivo | R | Las explicaciones particulares y aisladas no le permiten al estudiante interconectar lo que aprende con el conocimiento en otras áreas |
| Analógico | NA | No se encontraron estudios de caso |
| Basado en la lógica de la tradición | D | Al estructurar el curso de forma secuencial, sin permitirle al estudiante alterar el orden para buscar conexiones de lo que aprende, pierde interés y buscará únicamente obtener una nota aprobatoria |
| Basado en la psicología del estudiante | B | Si el estudiante puede experimentar las matemáticas con base en sus expectativas y saberes, encuentra retos que lo conducen a buscar mayor capacitación |
| Simbólico o verbal | NA | No se encontraron estudios de caso |
| Intuitivo | B | Los estudiantes se hacen partícipes de su aprendizaje y buscan validar su experiencia a través de los conceptos aprendidos en el aula |
| Pasivo | **D** | Si el profesor es el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje el estudiante se convierte en un objeto más del contexto del aula y pierde todo interés por el aprendizaje |
| Activo | **B** | El estudiante participa, discute y propone, por lo que se interesa por aprender para no perder el ritmo de sus compañeros |
| Globalizado | **E** | Tener a varios profesores, de otras áreas o cursos, analizando la solución a un problema, reta a los estudiantes a incrementar su conocimiento en matemáticas para integrarse a las discusiones y para colaborar con soluciones y propuestas |
| Especializado | **R** | El estudiante no le encuentra sentido al aprendizaje matemático independiente, porque no puede conectarlo con otras áreas |
| Dogmático | **NA** | No se encontraron estudios de caso |
| Heurístico | **E** | Cuando los principios de las matemáticas se involucran en retos específicos, que el estudiante debe superar, se logra integración entre el trabajo en equipo y la competencia por lograr aprendizaje |

# ANÁLISIS DE RESULTADOS

Esta investigación se realizó con el objetivo de determinar la eficacia de los modelos enseñanza para la capacitación en matemáticas, a partir del análisis a los resultados de los estudios de caso que se encontraron en la literatura. En la triangulación para lograr este objetivo se estudiaron las *didácticas, las prácticas* y los *modelos de enseñanza* que utilizan los profesores en el aula, los modelos de *aprendizaje* que estructuran los estudiantes dentro y fuera del aula y el *modelo de evaluación de Kirkpatrick*.

En cuanto a las prácticas y las didácticas se encontró que los profesores prefieren utilizar las que les exija menos preparación, a la vez que, generalmente, aplican solamente exámenes (ejercicios), en lugar de problemas, prácticas o proyectos para evaluar el logro de los resultados de aprendizaje. Esto permitió identificar dos actitudes hacia las matemáticas en el aula: 1) el modelo de aprendizaje de los estudiantes, en el que esperan didácticas que les permita mejorar su nivel de aprendizaje, y 2) el modelo de enseñanza de los profesores, que los estudiantes no aprecian porque inspira miedo, incomodidad y no responde a sus expectativas. En este contexto, algunos autores enfatizan en la importancia del ambiente de aprendizaje para un proceso de aprendizaje en matemáticas, algo que los profesores pasan por alto debido a que se consideran el centro del sistema, y porque imaginan que sus didácticas y materiales son suficientes para el aprendizaje.

Estas realidades son obstáculos para el éxito de la enseñanza de las matemáticas, porque los estudiantes esperan didácticas y prácticas que los motive y rete a permanecer en el proceso de aprendizaje. Para ellos, memorizar conceptos es una práctica olvidada, porque tienen toda la tecnología a su servicio, y lo que esperan es que los guíen a construir y descubrir conocimiento a través de cuestionamientos y discusiones, que puedan aprovechar luego para desarrollar razonamiento lógico-matemático con el fin de estructurar un aprendizaje permanente.

Esto ha hecho que los estudiantes pierdan interés en las matemáticas y a que no les encuentren sentido ni les den la importancia que se merecen. A la luz de esto se espera que los profesores innoven sus modelos de enseñanza, a la vez que sus didácticas y prácticas, porque ya no son llamativas para los estudiantes. Si el objetivo final de la capacitación en matemáticas es desarrollar o potencializar la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva de los estudiantes, de tal manera que estructuren un razonamiento matemático para el enriquecimiento de su formación, entonces los profesores deberían esforzarse por mejorar su capacitación, por adquirir experiencia en la industria y traerla al aula, y por comprender el modelo de aprendizaje de los estudiantes.

Otra cuestión que se pasa por alto es que la naturaleza, la experiencia, las expectativas y las necesidades de capacitación en matemáticas de los estudiantes son muy diferentes, porque ellos son atemporales y multidimensionales, por lo tanto, restringir la capacitación matemática solamente a cuestiones teóricas es una debilidad que puede llevarlos a la deserción y al menosprecio del área. Esto debe motivar a los profesores e instituciones a innovar los planes de estudios, los contenidos, las prácticas y las didácticas que emplean, porque al modelo de enseñanza hay que adicionarle experiencia, práctica y retos que mantengan cautivos a los estudiantes y los motive a aprender cada vez más. Pero, como se evidencia en los trabajos analizados, existe una especie de deseo interior en los profesores orientado solamente a *dictar* contenidos, cumplir tiempos, realizar exámenes y digitar notas. Todo esto está fuera de lugar para los estudiantes de este siglo, porque consideran que les están secuestrando su tiempo personal al tener que dedicarse a atender el proceso de aprendizaje en matemáticas y, si no lo hacen, retrasan su proceso educativo. La realidad es que los estudiantes tienen acceso a todo tipo de tecnologías, que no se utiliza eficazmente como parte del modelo de enseñanza.

La mayoría de estudios analizados concluyen, directa o indirectamente, que las deficiencias en el conocimiento matemático y la falta de actualización didáctica de los profesores, son elementos que afectan directamente al nivel de aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, los profesores deberían conformar una comunidad de aprendizaje y construir coherente y sistemáticamente una base de conocimiento, de buenas prácticas y de casos de éxito, que les ayude a mantenerse actualizados y a comprender la nueva categoría de estudiantes.

Si la petición es implementar prácticas y didácticas que llamen la atención y reten a los estudiantes, entonces hay que empezar por vivirlas personalmente, antes de llevarlas al aula. Asimismo, la obligación en los modelos de enseñanza de este siglo es modificar la evaluación, porque hoy se requiere resolver problemas y ejecutar proyectos, algo que los profesores no aplican en los procesos de aprendizaje. Entre los diversos trabajos que recomiendan y describen prácticas innovadoras vale la pena mencionar el de The Education Alliance [48] y el de Andrew University [49], por sus aportes a la innovación de la enseñanza de las matemáticas.

En la Tabla 5 se observa que únicamente dos modelos de enseñanza se ubican en el nivel 4 del modelo Kirkpatrick (Globalizado y Heurístico) y tres en el nivel 3 (Basado en la psicología del estudiante, Intuitivo y Activo). De acuerdo con los investigadores, estos modelos les permitieron a los estudiantes desarrollar pensamiento crítico y razonamiento lógico en una escala diferencial con relación a los demás modelos. Entonces, vale la pena preguntarse: ¿qué pasaría si los profesores aplicaran una combinación de ellos para enseñar matemáticas? Por ejemplo, al componer prácticas y didácticas con base en los modelos de psicología del estudiante y el globalizado, o el activo y el heurístico, podrían eliminar las desventajas de cada uno y obtener mejores resultados al desarrollar o potencializar completamente la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva de los estudiantes.

# CONCLUSIONES

Para tener una idea amplia y presentar resultados sustentados en hechos, cualquier investigación orientada a determinar la eficacia de un modelo de enseñanza debe tener en cuenta la naturaleza variable de la práctica docente en el aula, la influencia de las escuelas de pensamiento y de formación, la multidimensionalidad de los procesos en clase, los intereses y expectativas de los estudiantes y las exigencias sociales, porque crean un ambiente en el que capacitar en cualquier área se convierte en un reto para este siglo. Además, hay que re-conocer las características únicas de los estudiantes, al mismo tiempo que los desarrollos tecnológicos, y su participación como variables de análisis en los procesos de aprendizaje.

En esta investigación se pudo determinar el efecto que estas, y otras variables, ejercen sobre la eficacia y los resultados de la capacitación en procesos de aprendizaje en matemáticas y, por consiguiente, en el nivel de logro de los resultados de aprendizaje. Esto pone de relieve la responsabilidad de cada uno de los actores involucrados en el proceso, desde los profesores, los estudiantes y los planes de estudio, hasta los contenidos, las prácticas y las didácticas utilizadas. En este capítulo se analiza la relación entre la aplicación de los modelos de enseñanza y el nivel de la capacitación en matemáticas, con el objetivo de determinar su eficacia, al analizar las situaciones inicial y final, para el desarrollo de las capacidades, habilidades y destrezas que exhiben los estudiantes al final del proceso de aprendizaje.

Debido a que todo proceso de capacitación es complejo en sí mismo, estos principios y variables se deben considerar como un todo y no aisladamente, porque sus interrelaciones impactan el aprendizaje que alcanzan los estudiantes. Por eso se presenta las limitaciones de la investigación como base para futuros trabajos en los que se integren en el análisis a la eficacia. Esta alineación se convierte en una innovación importante para demostrar la necesidad de modificar la manera como se capacita en matemáticas a la categoría de estudiantes. Pero se recomienda que cualquier iniciativa de cambio sea un asunto analizado entre todos los actores, y asignarle recursos económicos y humanos adecuados para que no se quede en uno más de los muchos intentos.

Los resultados que se presentan en este trabajo surgieron de la revisión de la literatura sobre estudios de caso, en los que se evalúa los cambios en el rendimiento de los estudiantes, luego de asistir a un proceso de aprendizaje en matemáticas, en el que el profesor utiliza ciertas prácticas y didácticas estructuradas sobre un modelo de enseñanza. El resultado no se puede considerar definitivo, porque esos trabajos no involucran todas las variables inmersas en un proceso de capacitación, por lo que se propone una investigación en la que se incluyan en una evaluación al desarrollo de la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva de estudiantes que asisten a un proceso de aprendizaje en matemáticas.

# Limitaciones de la investigación

* La mayoría de los estudios analizados en esta investigación muestra resultados en cuanto a las prácticas, las didácticas y los contenidos, pero no tienen en cuenta la variable *estudiantes*, de manera que se necesita una investigación adicional en la que se incluya, involucrando los aspectos que afectan su predisposición hacia las matemáticas, tales como conocimiento previo, estrato cultural, programa que estudia y edad, entre otros.
* Aunque se menciona entre las variables analizadas, no queda claro la influencia en los resultados de las variables *políticas institucionales* y *proyecto educativo institucional*. Debido a que también podrían tener efecto en la eficacia de los modelos, habría que incluirlas también.
* Otra variable que se deberá incluir en una investigación posterior de esta temática es la *formación de los profesores*, es decir, si son pedagogos, licenciados, ingenieros o profesionales en otras áreas.

# REFERENCIAS

1. Bart M. (2014). Blended and Flipped- Exploring New Models for Effective Teaching & Learning. Magma.
2. Serna E. (2011). De las competencias, la formación, la investigación y otras: Visiones de reflexión. Editorial Instituto Antioqueño de Investigación.
3. Serna E. y Serna A. (2013). A review processes for science, technology and innovation. Revista Entramado 9(1), 172-187.
4. Cardella M. (2008). Which Mathematics Should We Teach Engineering Students? An Empirically-Grounded Case for Mathematical Thinking. Teaching Mathematics Applications 27(3), 150-159.
5. Davis B. y Sumara D. (2006). Complexity and education: Inquiries into learning, teaching, and research. Lawrence Erlbaum Associates.
6. OECD. (1995). Mathematical Education of Engineers. Organisation for the Economic Co-Operation and Development.
7. Serna E. (2015). Por qué falla el sistema de educación. Editorial Instituto Antioqueño de Investigación.
8. Serna E. (2015). La capacidad lógico-interpretativa y abstractiva. Fondo Editorial ITM.
9. Anya P. Smith G. (2014). Qualitative research methods in Software Engineering. Revista Antioqueña de las Ciencias Computacionales y la Ingeniería de Software 4(2), 14-18.
10. Pereira Z. (2011). Mixed Method Designs in Education Research: A Particular Experience. Revista Electrónica Educare 15(1), 15-29.
11. Pole K. (2009). Diseño de metodologías mixtas. Una revisión de las estrategias para combinar metodologías cuantitativas y cualitativas. Renglones 60 37-42.
12. Serna E. (2018). Metodología de investigación utilizada. En Serna E. (ed.), Ingeniería - Realidad de una disciplina.
13. Editorial Instituto Antioqueño de Investigación.
14. Schubring G. (2010). Historical comments on the use of technology and devices in ICMEs and ICMI. The International Journal on Mathematics Education 42(1), 5-9.
15. Modjeski R. et al. (1908). The Teaching of Mathematics to Students of Engineering. Science 28(710), 161-170.
16. Wigley A. (1992). Models for teaching mathematics. Association of Teachers of Mathematics.
17. Larcombe P. (1998). Engineering mathematics: The crisis continues. Engineering Science and Education Journal 7(6), 263-281.
18. Prince M. (2004). Does active learning work? A review of the research. Journal of Engineering Education 93(3), 223-231.
19. Murray S. et al. (2009). Effects of peer coaching on teachers' collaborative interactions and students' mathematics achievement. The Journal of Educational Research 102(3), 203-212.
20. Falchikov N. y Goldfinch J. (2000). Student peer assessment in higher education: a meta-analysis comparing peer and teacher marks. Review of Educational Research 70(3), 287-322.
21. Bovill C. et al. (2011). Students as co-creators of teaching approaches, course design, and curricula: Implications for academic developers. International Journal for Academic Development 16(2), 133-145.
22. Booth S. (2004). Learning and teaching for understanding mathematics. En 12th SEFI Maths Working Group Seminar. Vienna, Austria.
23. Fuller M. (2004). Mathematics in engineering education in Australia: Do we join the revolution? En 12th SEFI Maths Working Group Seminar. Vienna, Austria.
24. Gong Q. et al. (2007). Combining course with contest to reinforce the integrated ability and skills of students. En 30 International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications. Bloomington, USA.
25. Serna E. y Serna A. (2015). Knowledge in Engineering: A View from the Logical Reasoning. International Journal of Computer Theory and Engineering 7(4), 325-331.
26. Kidwell P. et al. (2008). Tools of American Mathematics Teaching, 1800–2000. The Johns Hopkins University Press.
27. Da Silva M. y Valente, W. (2009). Students’ notebooks as a source of research on the history of mathematics education. International Journal for the History of Mathematics Education 4(1), 51-64.
28. Ikeda T. (2009). Didactical Reflections on the teaching of mathematical modelling – Suggestions from concepts of “time” and “place.” En Blomhøj M. y Carreira S. (eds.), Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Roskilde University.
29. Niss M. (2008). Perspectives on the balance between applications & modelling and ‘pure’ mathematics in the teaching and learning of mathematics. En First Century of the International Commission on Mathematical Instruction. Roma, Italy.
30. Graves B. y Suurtamm C. (2009). Disrupting linear models of mathematics teaching-learning. En Tenth international conference Models in developing mathematics education. Dresden, Germany.
31. Goold E. (2012). The Role of Mathematics in Engineering Practice and in the Formation of Engineers. Doctoral dissertation. National University of Ireland Maynooth.
32. Van de Walle J. et al. (2013). Teaching mathematics in the 21st century. Peachpit Press.
33. Ackerberg A. (2014). Mathematics teaching practices. En Karp A. y Schubring G. (eds.), Handbook on the History of Mathematics Education. Springer.
34. Oakley B. (2014). A Mind for Numbers How to Excel at Math and Science (Even If You Flunked Algebra). TarcherPerigee.
35. Ferreira M. (2016). A Literacia Matemática e a previsão do sucesso da aprendizagem em estudantes de Engenharia: Definição de um modelo explicativo. Disertación doctoral. Universidade do Minho.
36. Westwood P. (2008). What teachers need to know about Teaching methods. ACER Press.
37. Maker J. (2005). Teaching models in education of the gifted. Pro Ed.
38. Gatto J. (2000). A different kind of teacher: Solving the crisis of American schooling. Berkeley Hills Books.
39. Moust J. et al. (2007). El aprendizaje basado en problemas: Guía del estudiante. Universidad de Castilla-La Mancha.
40. Goodman B. (2010). Project-Based Learning. Recuperado: https://[www.fsmilitary.org/pdf/Project\_Based\_](http://www.fsmilitary.org/pdf/Project_Based_) Learning.pdf
41. Reese H. (2011). The Learning-by-Doing Principle. Behavioral development bulletin 11, 1-19.
42. Dostál J. (2015). Inquiry-based instruction: Concept, essence, importance and contribution. Palacký University.
43. Nérici I. (1985). Hacia una didáctica general dinámica. Kaspelusz.
44. Titone R. (1986). El lenguaje en la interacción didáctica - Teorías y modelos de análisis. Narcea.
45. Barber M. et al. (2013). An avalanche is coming - Higher education and the revolution ahead. Institute for Public Policy Research.
46. Blackboar. (2008). Teaching in the 21st Century - A review of the issues and changing models in the teaching profession. Eduviews.
47. Serna E. y Serna A. (2021). An IT-based teaching model for a new generation of students. Journal of Educational Change. Online version.
48. Kirkpatrick J. y Kirkpatrick W. (2016). Kirkpatrick's Four Levels of Training Evaluation. ATD Press.
49. The Education Alliance. (2006). Closing the achievement gap - Best practices in teaching mathematics. Recuperado: https://docplayer.net/19070342-Best-practices-in-teaching-mathematics.html
50. Andrew University. (2010). The Effective Mathematics Classroom. Recuperado: https://www.andrews.edu/sed/ leadership\_dept/webinars/presentationdocuments/the\_effective\_mathematics\_c lassrroom.pdf

1. Títulos obtenidos. Contacto: *correo* [↑](#footnote-ref-1)
2. Títulos obtenidos. Contacto: *correo* [↑](#footnote-ref-2)
3. Títulos obtenidos. Contacto: *correo* [↑](#footnote-ref-3)